

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν A και A' είναι δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι για τις πιθανότητες τους ισχύει:

$$P(A') = 1 - P(A).$$

Μονάδες 7

- A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

- A3.** Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν A και B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω με $A \subseteq B$, τότε για τις πιθανότητες τους ισχύει $P(A) \leq P(B)$.

β) Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

γ) Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει ότι:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

δ) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

ε) Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1, x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 9

B2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της $A(0, f(0))$.

Μονάδες 8

B3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Μεταξύ των οικογενειών με τρία παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και εξετάζουμε τα παιδιά της ως προς το φύλο και ως προς τη σειρά γέννησής τους.

Γ1. Να προσδιορίσετε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος χρησιμοποιώντας ένα δένδροδιάγραμμα.

Μονάδες 4

Γ2. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»

B: «ο αριθμός των κοριτσιών υπερβαίνει τον αριθμό των αγοριών»

Γ: «τα δύο πρώτα παιδιά είναι του ίδιου φύλου».

Μονάδες 6

Γ3. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$$\Delta = A \cap B, \quad E = A \cup B, \quad Z = \Gamma - E.$$

(μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

H: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A, B»

Θ: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα A, B».

(μονάδες 6)

Μονάδες 15

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΝΕΟ & ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Δ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν n υπολογιστές για να τρέξουν ένα πρόγραμμα, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 ισοπλατείς κλάσεις πλάτους c , όπως στον παρακάτω πίνακα :

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική Τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8 ,)		20
[,)	14	15
[,)		10
[,)		v_4
ΣΥΝΟΛΟ		$v = \dots\dots\dots$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $c=4$.

Μονάδες 4

Δ2. Αν η μέση τιμή των χρόνων είναι $\bar{x}=14$, να αποδείξετε ότι $v_4=5$ (μονάδες 4) και στη συνέχεια να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο (μονάδες 2).

Μονάδες 6

Δ3. Αν οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανομημένες σε κάθε κλάση, να βρείτε πόσοι υπολογιστές χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά για να τρέξουν το πρόγραμμα.

Μονάδες 5

Δ4. Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των χρόνων είναι $s=4$ και να εξετάσετε αν το δείγμα των χρόνων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 6

Δ5. Αντικαθιστούμε τον επεξεργαστή κάθε υπολογιστή με έναν ταχύτερο και βρίσκουμε ότι κάθε υπολογιστής τρέχει τώρα το πρόγραμμα στο 80% του χρόνου που χρειαζόταν πριν. Να εξετάσετε ως προς την ομοιογένεια το καινούργιο δείγμα χρόνων.

Μονάδες 4

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A3. Να ορίσετε το εύρος R (κύμανση) ενός συνόλου παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 4

A4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Ο συντελεστής μεταβολής CV είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.

β) Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , με $A \subseteq B$, τότε για τις πιθανότητές τους ισχύει $P(A) > P(B)$.

γ) Η διάμεσος ενός δείγματος επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

δ) Η παράγωγος μιας συνάρτησης f στο x_0 εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς το x , όταν $x = x_0$.

ε) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή, περίπου το 95% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{X} - s, \bar{X} + s)$, όπου \bar{X} είναι η μέση τιμή και s είναι η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΝΕΟ & ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 + \alpha}$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$.

B1. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$, να βρείτε το α .
Μονάδες 4

B2. Για $\alpha = 3$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$.
Μονάδες 7

B3. Για $\alpha = 3$ να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .
Μονάδες 6

B4. Για $\alpha = 3$ να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1}$.
Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα κουτί υπάρχουν σφαίρες, άλλες κόκκινου και άλλες μπλε χρώματος. Κάθε σφαίρα φέρει έναν θετικό ακέραιο αριθμό. Το πλήθος των σφαιρών με άρτιο αριθμό είναι λ και το πλήθος των σφαιρών με περιττό αριθμό είναι $\lambda + 1$.

Επιλέγουμε τυχαία μια σφαίρα από το κουτί και ορίζουμε τα ενδεχόμενα:

A: «η σφαίρα που επιλέγουμε έχει άρτιο αριθμό»

Π: «η σφαίρα που επιλέγουμε έχει περιττό αριθμό»

K: «η σφαίρα που επιλέγουμε έχει κόκκινο χρώμα»

M: «η σφαίρα που επιλέγουμε έχει μπλε χρώμα».

Δίνεται ότι:

- Η πιθανότητα του ενδεχομένου Π είναι $P(\Pi) = \frac{26}{51}$.

- Η πιθανότητα του ενδεχομένου $M \cap A$ είναι $P(M \cap A) = \frac{6}{51}$.

Γ1. α. Να αποδείξετε ότι στο κουτί υπάρχουν συνολικά 51 σφαίρες (μονάδες 7).

β. Να αποδείξετε ότι στο κουτί υπάρχουν 6 μπλε σφαίρες με άρτιο αριθμό (μονάδες 3).

Μονάδες 10

Γ2. Αν επιπλέον είναι γνωστό ότι $P(K) = \frac{7}{10}P(M)$, τότε

α. να αποδείξετε ότι στο κουτί περιέχονται 30 μπλε και 21 κόκκινες σφαίρες (μονάδες 6)

β. να βρείτε την πιθανότητα η σφαίρα που επιλέγουμε να είναι μπλε με περιττό αριθμό (μονάδες 5)

γ. να βρείτε την πιθανότητα η σφαίρα που επιλέγουμε να είναι κόκκινη με περιττό αριθμό (μονάδες 4).

Μονάδες 15

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ
ΝΕΟ & ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Δ

Ρωτήσαμε τις οικογένειες μιας πολυκατοικίας να μας πουν πόσα παιδιά έχει η καθεμιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Αριθμός παιδιών x_i	Οικογένειες v_i
0	1
1	3
2	1
3	2
4	v_5
x_6	1
ΣΥΝΟΛΟ	v

Δ1. Αν η διάμεσος του αριθμού των παιδιών είναι $\delta=3$, να βρείτε τις δυνατές τιμές του μεγέθους v του δείγματος.

Μονάδες 9

Δ2. Αν $v = 12$ και η μέση τιμή του αριθμού των παιδιών είναι $\bar{x} = \frac{8}{3}$, τότε

α. να βρείτε την τιμή x_6 (μονάδες 5)

β. να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων (μονάδες 2) και το πολύγωνο συχνοτήτων (μονάδα 1).

Τα διαγράμματα να γίνουν με στυλό.

Μονάδες 8

Δ3. Μετά από ένα χρόνο ξαναρωτήσαμε τις ίδιες οικογένειες για το πλήθος των παιδιών της καθεμιάς. Η οικογένεια που δεν είχε παιδιά απέκτησε δίδυμα και μία από τις οικογένειες που είχε ένα παιδί απέκτησε και δεύτερο. Στις υπόλοιπες οικογένειες ο αριθμός των παιδιών δεν μεταβλήθηκε. Να βρείτε τη μέση τιμή του αριθμού των παιδιών που προκύπτει από τις νέες παρατηρήσεις.

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **18.30**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ(3)

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις f και g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , να αποδείξετε ότι
$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Μονάδες 7

A2. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

A3. Αν ομαδοποιήσουμε τις παρατηρήσεις μιας μεταβλητής σε κλάσεις, τι ονομάζουμε πλάτος μιας κλάσης;

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

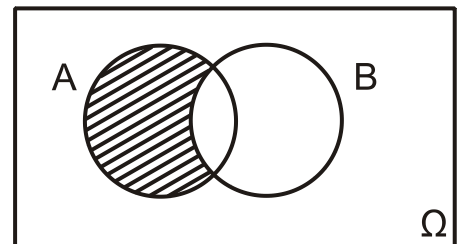
α) Αν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε ισχύει
$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

β) Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$, με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

γ) Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

δ) Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

ε) Το γραμμοσκιασμένο χωρίο στο διπλανό σχήμα αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο $B - A$.



Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές x_i και οι αντίστοιχες συχνότητες v_i που προέκυψαν από παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X .

x_i	v_i
1	2
3	3
5	4
9	1

B1. Για τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογιστούν :

- α. η μέση τιμή \bar{x} (μονάδες 6)
- β. η διάμεσος δ (μονάδες 5)
- γ. η διακύμανση s^2 . (μονάδες 7)

Μονάδες 18

B2. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(2, f(2))$.

Μονάδες 7

Γ3. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η ευθεία (ϵ) του ερωτήματος **Γ2** τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 4

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία μαύρη και μία κόκκινη.

Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά.

Δ1. Να κατασκευάσετε το δένδροδιάγραμμα που περιγράφει το παραπάνω πείραμα (μονάδες 3) και να γράψετε τον δειγματικό χώρο Ω του πειράματος. (μονάδες 2)

Μονάδες 5

Δ2. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

- A: «η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη»
- B: «να εξαχθούν δυο μπάλες διαφορετικού χρώματος».

Μονάδες 6

Δ3. Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος Ω του προηγούμενου πειράματος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και A, B είναι τα ενδεχόμενα του ερωτήματος **Δ2**.

α. Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$A', A \cap B, A - B, B - A$. (μονάδες 8)

β. Αν Γ είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου Ω , το οποίο είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο A όσο και με το ενδεχόμενο B , να υπολογίσετε ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα $P(\Gamma)$. (μονάδες 6)

Μονάδες 14

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

- 1.** Στο εξώφυλλο να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
- 2.** Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
- 3.** Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
- 4.** Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
- 5.** Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
- 6.** Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΚΑΙ Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2017**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x)=c$, $x \in \mathbb{R}$ είναι $f'(x)=0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

A2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (\bar{d}) ενός δείγματος n παρατηρήσεων.

Μονάδες 4

A3. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Ισχύει ότι $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς.

γ) Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα A , B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει ότι $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

δ) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής λέγεται ομοιογενές, αν ο συντελεστής μεταβολής (CV) δεν ξεπερνά το 10%.

ε) Δύο ενδεχόμενα A , B ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα όταν $A \cap B = \emptyset$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Από τους μαθητές ενός σχολείου το 50% συμμετέχει στην ομάδα του ποδοσφαίρου, το 55% δεν συμμετέχει στην ομάδα μπάσκετ και το 25% συμμετέχει και στις δύο παραπάνω ομάδες. Επιλέγουμε τυχαία έναν μαθητή. Να βρείτε την πιθανότητα:

- B1.** Ο μαθητής να συμμετέχει στην ομάδα του μπάσκετ. **Μονάδες 6**
- B2.** Ο μαθητής να μην συμμετέχει σε καμία από τις δύο ομάδες. **Μονάδες 9**
- B3.** Ο μαθητής να συμμετέχει σε μόνο μία από τις δύο ομάδες. **Μονάδες 10**

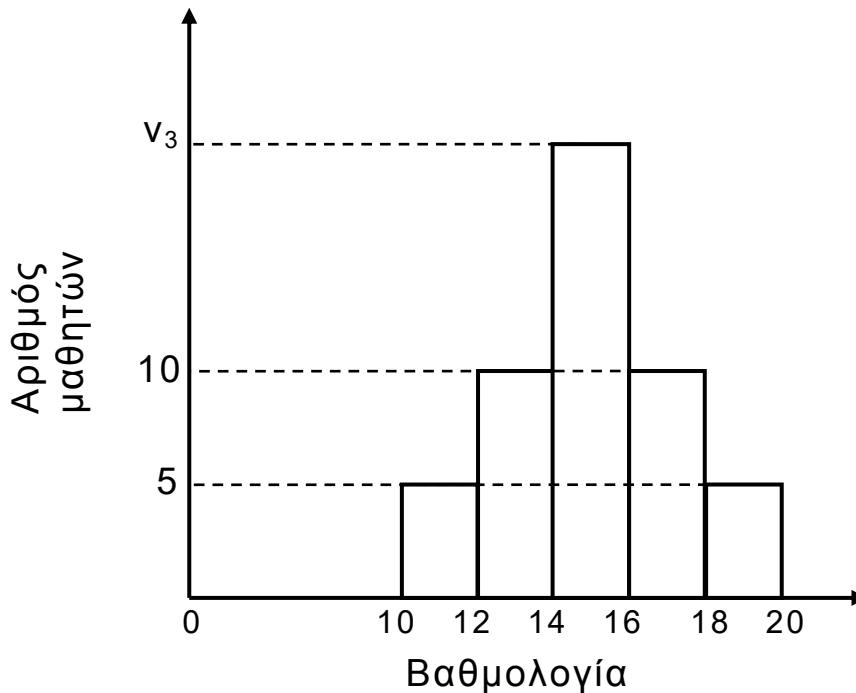
ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

- Γ1.** Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{x - 1}$. **Μονάδες 6**
- Γ2.** Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης f . **Μονάδες 7**
- Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A(\sqrt{2}, f(\sqrt{2}))$. **Μονάδες 6**
- Γ4.** Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στα οποία ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης ισούται με 1. **Μονάδες 6**

ΘΕΜΑ Δ

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το ιστογράμμα συχνοτήτων για τους βαθμούς των μαθητών ενός σχολείου Α σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών.



Δίνεται ότι η σχετική συχνότητα επί τοις εκατό της πρώτης κλάσης ($f_1\%$) ισούται με 10. (Θεωρήστε ότι οι παρατηρήσεις κάθε κλάσης είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες μέσα στην κλάση).

Δ1. Να αποδείξετε ότι το πλήθος των μαθητών που συμμετείχαν στο διαγώνισμα είναι $v = 50$ και ότι η συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι $v_3 = 20$.

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{X}_A και τη διακύμανση s_A^2 των βαθμών των μαθητών που συμμετείχαν στο διαγώνισμα.

Μονάδες 8

Δ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών των μαθητών που συμμετείχαν στο διαγώνισμα και ο βαθμός τους ήταν τουλάχιστον 12.

Μονάδες 7

Δ4. Οι βαθμοί των μαθητών στο διαγώνισμα των Μαθηματικών ενός σχολείου Β ομαδοποιήθηκαν στις ίδιες ακριβώς κλάσεις, όπως και αυτές του σχολείου Α. Η συχνότητα κάθε κλάσης του σχολείου Β βρέθηκε τριπλάσια από τη συχνότητα της αντίστοιχης κλάσης του σχολείου Α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{X}_B και τη διακύμανση s_B^2 των βαθμών των μαθητών που συμμετείχαν στο διαγώνισμα Μαθηματικών του σχολείου Β.

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Στο εσώφυλλο πάνω-πάνω να συμπληρώσετε τα ατομικά σας στοιχεία. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο και **να μη γράψετε** πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 17:00

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ